

Aula 1

Sinais e Sistemas

Prof. Charles Way Hun Fung

Conversa Inicial

- A aula será dividida nos seguintes temas:
 - Conceitos básicos
 - Sinais básicos
 - Operações com sinais
 - Sistemas
 - Propriedades de sistemas

Tema 1 – Conceitos básicos

- Há diversos tipos de sinais na natureza
- Sinais carregam informações em formatos ou padrões
- Transmissão de dados
- Descrever fenômenos
- Grandezas físicas: elétricas, mecânicas, óticas etc.

- Sinais são representados por funções
- $f: T \rightarrow F$
- T é o domínio e F é range
- $[T \rightarrow F]$
- Sinais sonoros: [tempo $\rightarrow$ pressão]
- Forma gráfica:

Fonte: (Zibetti, 2012)

- Variável independente
 - Variável que não é dependente de ninguém
 - Sinal depende do valor desta variável
 - Tempo, frequência
- Variável dependente
 - Depende de outra variável
 - Variável representa o sinal
 - Velocidade, aceleração

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- Sinais contínuos
 - Qualquer valor que pode ser expresso pela equação da curva do sinal
 - Notação entre parênteses "()"
 - $x(t)$

- Sinais discretos
 - Representa um fenômeno natural amostrado a partir de sinais contínuos
 - Notação entre colchetes "[]"
 - $x[n]$

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- Sinais analógicos e digitais
 - Sinais analógicos: a amplitude pode assumir infinitos valores dentro da faixa de operação
 - Sinais digitais: sinais que a amplitude pode assumir em apenas dois níveis lógicos: 1 e 0

Fonte: (Oppenheim, 2010)

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- Sinais periódicos e não periódicos
 - Um sistema é considerado periódico se para uma constante positiva T :
 - ✓ $x(t) = x(t + T)$, para todo t
 - Sinal não se modifica com o deslocamento no tempo

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- Sinais com simetria par ou ímpar
 - Simetria par: simetria em relação à origem
 - ✓ $x(-t) = x(t)$
 - ✓ $x[-n] = x[n]$
 - Simetria ímpar: antissimétrico em relação à origem
 - ✓ $-x(t) = x(-t)$
 - ✓ $-x[n] = x[-n]$

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- **Energia do sinal**
 - **Toda a área sob a curva do sinal**

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 < \infty$$

- **Potência do sinal**
 - **A potência do sinal deve ser finita para que tenha significado em relação ao tamanho do sinal**

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2T} \right) \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt < \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2N+1} \right) \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 < \infty$$

Tema 2 – Sinais básicos

- **Impulso unitário discreto:**
 - **Este sinal é um pulso com amplitude 1 na origem, o restante dos pontos tem valor zero**

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, n \neq 0 \\ 1, n = 0 \end{cases}$$

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- **Degrau unitário discreto:**
 - **Este sinal tem o valor lógico 1 a partir da posição 0. Todos os valores anteriores são zero**

$$u[n] = \begin{cases} 0, n < 0 \\ 1, n \geq 0 \end{cases}$$

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- **Degrau unitário contínuo:**
 - Semelhante ao degrau discreto, porém contínuo

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- **Impulso unitário contínuo:**
 - Semelhante ao impulso discreto, mas matematicamente:

$$\delta(t) = 0, t \neq 0 \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

- **Propriedades do impulso:**
 - ✓ Impulso unitário extingue todas as outras componentes do sinal, que não estejam na posição do impulso

$$x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t) \quad x[n]\delta[n] = x[0]$$

- **Sinais exponenciais reais:**
 - Sinais exponenciais são curvas que tendem a um valor

$$x(t) = Ce^{at}$$

Fonte: (Zibetti, 2012)

- **Sinais senoidais:**
 - Sinais que oscilam entre os valores máximos e mínimos de amplitude

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Fonte: (Zibetti, 2012)

- **Sinais exponenciais complexos:**
 - De forma geral:
$$C = |C|e^{j\theta}$$
 - Podemos expressar C de forma polar
$$C = |C|e^{j\theta}$$
 - O número complexo é expresso:
$$a = r + j\omega$$
 - Onde j representa a
$$\sqrt{-1}$$

- Temos também a relação de Euler

$$e^{jb} = \cos(b) + j\sin(b)$$

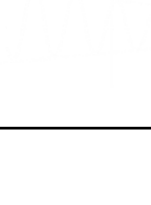
- Aplicando as equações anteriores na relação de Euler

$$Ce^{at} = |C|e^{rt}\cos(\omega t + \theta) + j|C|e^{rt}\sin(\omega t + \theta)$$

Se $r > 0$



Se $r < 0$



Tema 3 – Operações com sinais

- Multiplicação por escalar
 - Escalar = valor constante
 - Amplitude multiplicada

$$y(t) = Cx(t)$$

- Deslocamento temporal
 - Dois tipos: avanço e atraso
- Atraso:
 - Sinal $\varphi(t)$ em atraso em relação $x(t)$ em T segundos

$$\varphi(t + T) = x(t)$$

- Logo, podemos escrever $\varphi(t)$

$$\varphi(t) = x(t - T), \text{ para } T > 0$$



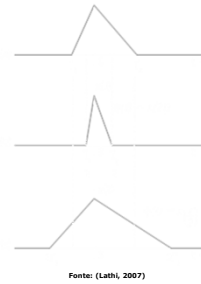
Fonte: (Lathi, 2007)

- **Escalamento temporal**
 - **Dois tipos: compressão e expansão**
 - **Compressão:**

$$\varphi(t) = x(at), a > 1$$

- **Expansão:**

$$\varphi(t) = x\left(\frac{t}{a}\right), a > 1$$



- **Reversão temporal**
 - **Rotação de 180° em torno da origem**

$$\varphi(t) = x(-t)$$



Tema 4 – Sistemas

- **Sistemas**
 - **Interconexão de componentes e subsistemas**
 - **Entradas correspondem a uma saída**
 - **Entrada contínua (discreta) resulta em uma saída contínua (discreta)**

- **Interconexões de sistemas**
 - **Série ou cascata**

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- **Paralelo**

Fonte: (Oppenheim, 2010)

- Interconexões de sistemas
 - Realimentada

Fonte: (Oppenheim, 2010)

Tema 5 – Propriedades de sistemas

- Causalidade
 - Saída depende apenas dos valores de entrada dos instantes presentes e passados
 - Sistema “não antecipativo”
 - Causalidade não se aplica:
 - ✓ Variável independente é outra diferente do tempo
 - ✓ Sinais em memória, para isto variáveis futuras estão disponíveis

- Causalidade
 - $y(t) = x(t-2)$
 - ✓ É causal $y(2)$ depende de $x(0)$
 - $y(t) = x(t+2)$
 - ✓ Não é causal, $y(2)$ depende de $x(4)$
 - $y[n] = x[-n]$
 - ✓ $y[2]$ depende de $x[-2]$
 - ✓ $y[-2]$ depende de $x[2]$
 - ✓ Não é causal

- Invariância no tempo
 - O comportamento do sistema não muda com o tempo
 - Sinais discretos:

$$\text{Se } x[n] \rightarrow y[n]$$

$$\text{Então } x[n - n_0] \rightarrow y[n - n_0]$$
 - Sinais contínuos:

$$\text{Se } x(t) \rightarrow y(t)$$

$$\text{Então } x(t - t_0) \rightarrow y(t - t_0)$$

- Linearidade
 - Propriedade da superposição
 - ✓ Sinal de entrada é a soma ponderada de diversos sinais
 - ✓ Saída também será uma soma ponderada das respostas para cada sinal na entrada

■ **Linearidade**

Se $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$ e $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$

Então:

$$x(t) = ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow y(t) = ay_1(t) + by_2(t)$$

● **Generalizando**

$$\sum_k a_k x_k(t) \rightarrow \sum_k a_k y_k(t)$$

● **Observação: entrada nula**

$$0 = 0x(t) \rightarrow 0y(t) = 0$$

