ELETRICIDADE

AULA 3

Prof. Diego Buriti

CONVERSA INICIAL

Olá, aluno! Seja bem-vindo à nossa terceira aula de Circuitos Elétricos!

Nesta aula serão apresentadas as formas de análise de circuitos elétricos, como a análise por tensão dos nós, a análise por correntes de malhas e o teorema da superposição.

Além disso, será apresentada a transformação de fontes para que um circuito possa ser simplificado visando a facilitação da sua análise. Por fim, serão apresentados os teoremas de Thévenin e Norton, que realizam a simplificação de circuitos complexos para um circuito com uma fonte de tensão (Thévenin) ou corrente (Norton) conectada a um resistor.

CONTEXTUALIZANDO

Na análise de circuitos, trabalha-se bastante com o conceito de carga, que é o elemento que ligamos a um circuito.

Um exemplo é quando ligamos equipamentos diferentes (cargas diferentes) em uma tomada.

Quando ligamos um liquidificador em uma tomada, o circuito terá uma corrente que circulará no equipamento para poder ligá-lo. Caso liguemos um ferro de passar, a corrente elétrica terá outro valor.

Quando trabalhamos com cargas variáveis em circuitos, muitas vezes se faz necessária uma análise do circuito para estudarmos os comportamentos de suas variáveis.

Entretanto, existem formas de simplificar circuitos complexos e torná-los simples, para que uma análise do seu funcionamento com cargas diferentes possa ser realizada de forma direta, como são os casos dos Teoremas de Thévenin e Norton.

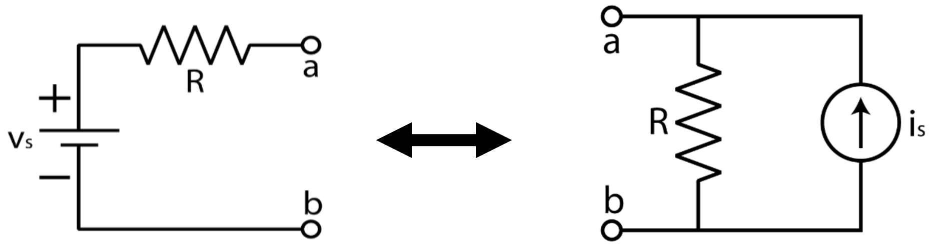
TEMA 1 - TRANSFORMAÇÃO DE FONTES

Observamos que as combinações em série, paralelo e a transformação delta-estrela de resistores são procedimentos que nos auxiliam na simplificação de circuitos.

A transformação de fontes é outro procedimento que pode nos auxiliar nesta tarefa, em que o conceito de equivalência se aplica.

Um circuito é equivalente quando a característica v-i **é idêntica ao circuito original.**

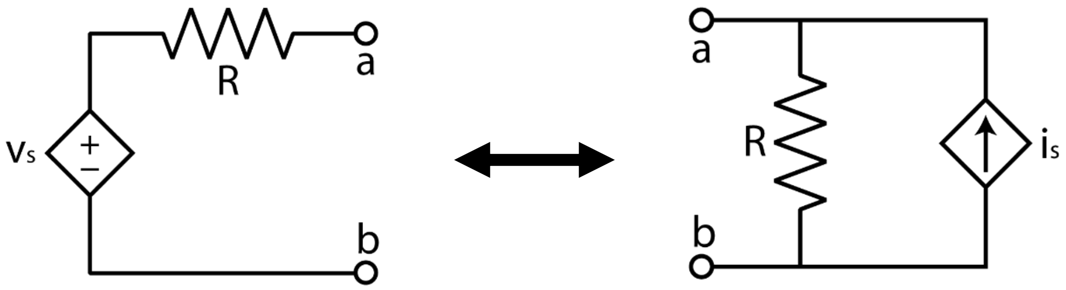
Em outras palavras, a transformação de fontes é o processo de substituir uma fonte de tensão v_s em série com um resistor R por uma fonte de corrente i_s em paralelo com um resistor R ou vice-versa. Na figura abaixo podemos observar uma transformação de fontes.



Os dois circuitos acima são equivalentes, pois eles possuem a mesma relação tensão-corrente nos terminais *a*-*b*. Entretanto, para que esta equivalência seja real, é necessário que as relações a seguir sejam obedecidas:

$v_s = R\, i_s$ ou $i_s = \frac{v_s}{R}$

A transformação de fontes também pode ser aplicada a fontes dependentes, desde que a variável dependente seja cuidadosamente analisada. Na figura a seguir, podemos transformar uma fonte dependente de tensão $\boldsymbol{v_s}$ em série com um resistor $\boldsymbol{R}$ por uma fonte dependente de corrente $\boldsymbol{i_s}$ em paralelo com um resistor $\boldsymbol{R}$**.**



Tal como a transformação delta-estrela, a transformação de fontes não altera a parte restante do circuito. Quando aplicável, a transformação de fontes é uma ferramenta poderosa que permite a manipulação do circuito para uma análise mais simples.

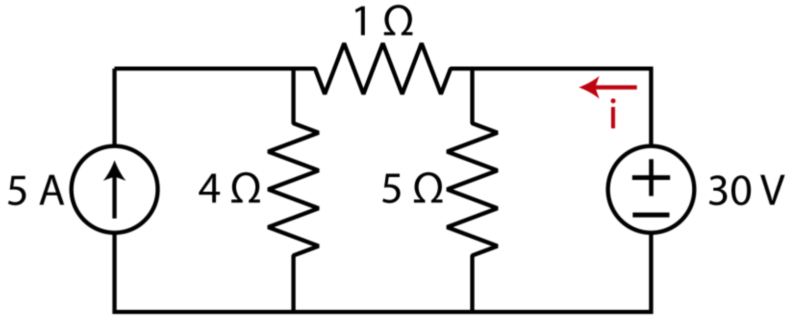
Entretanto, devemos considerar os seguintes pontos quando lidamos com a transformação de fontes:

Nota-se que a seta da fonte de corrente é direcionada para o terminal positivo da fonte de tensão.

A partir das equações de tensão e corrente mencionadas acima, nota-se que a transformação de fontes não é possível quando $\boldsymbol{R = 0}$**, o qual é o caso de uma fonte ideal de tensão. Entretanto, na prática, as fontes de tensão são ideais (**$\boldsymbol{R \neq 0}$**). De maneira similar, uma fonte de corrente ideal**, $R = \infty$, não pode ser substituída por uma fonte de tensão finita.

Exemplo

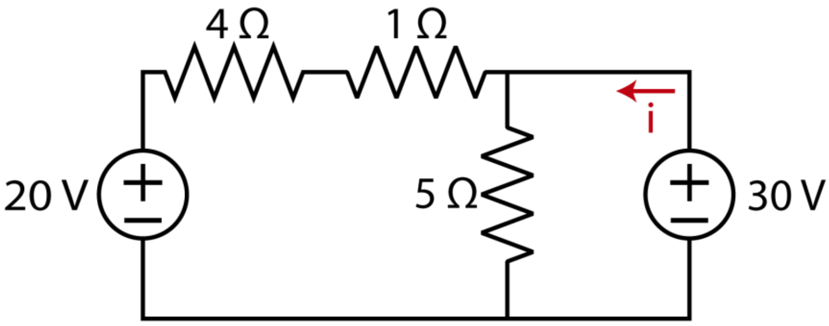
Calcular a corrente i que circula na fonte de tensão de 30 V utilizando a transformação de fontes para simplificar o circuito.



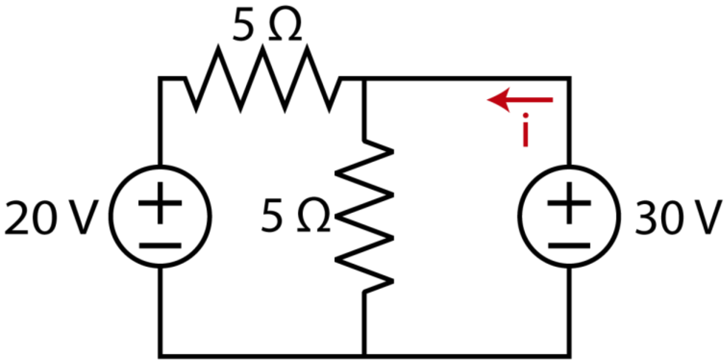
Podemos notar que a fonte de corrente de 5 A está em paralelo com o resistor de 4 Ω. Estes elementos podem ser transformados em uma fonte de tensão em série com um resistor de 4 Ω. O valor da tensão desta fonte equivalente é calculado com a seguinte fórmula:

$$v_s = R\, i_s \quad \Rightarrow \quad v_s = 5 \times 4 = 20\ V$$

Desta forma, o circuito resultante será o seguinte**:**



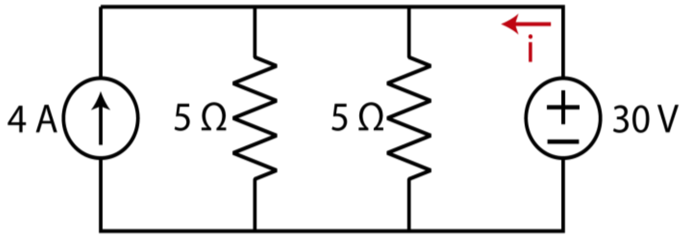
É possível observar que os resistores de 4 Ω e 1 Ω estão em série e podem ser simplificados por um resistor equivalente de 5 Ω, conforme o circuito a seguir.



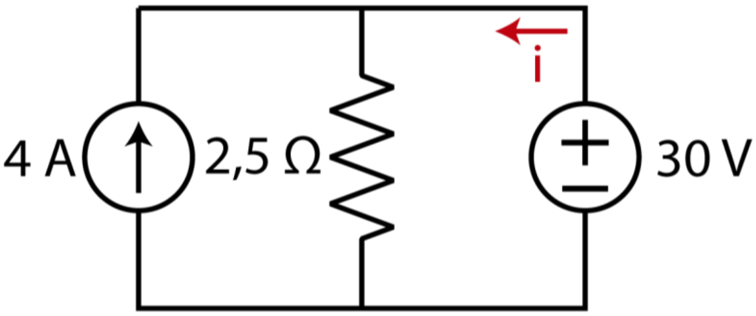
No circuito anterior, nota-se que a fonte de tensão de 20 V está em série com o resistor de 5 Ω, podendo ser transformada em uma fonte de corrente em paralelo com um resistor de 5 Ω. A corrente desta fonte é calculada da seguinte forma:

$$i_s = \frac{v_s}{R} \quad \Rightarrow \quad i_s = \frac{20}{5} = 4\ A$$

O circuito equivalente desta transformação é mostrado a seguir:

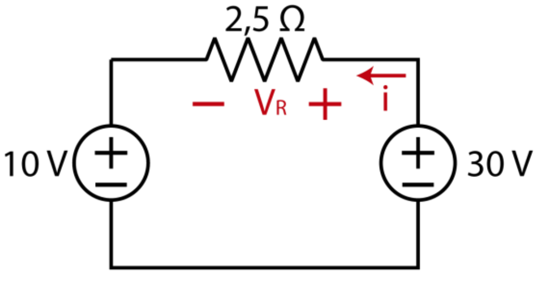


Este circuito, os dois resistores de 5 Ω podem ser substituídos por um resistor equivalente de 2,5 Ω, resultando no circuito a seguir:



Neste circuito, podemos realizar outra transformação de fontes, pois há uma fonte de corrente em paralelo com um resistor, a qual pode ser substituída por uma fonte de tensão em série com este mesmo resistor. O circuito equivalente é mostrado a seguir e a forma de cálculo da tensão desta fonte é realizada da seguinte forma:

$$v_s = R\, i_s \quad \Rightarrow \quad v_s = 2{,}5 \times 4 = 10\, V$$



Neste arranho, a corrente que flui pela fonte de 20 V passa pelos terminais do resistor de 5 Ω e faz com que uma tensão surja em seus terminais.

Desta forma, a corrente que circula pelo resistor pode ser calculada pela lei de Ohm:

$$V_R = R\,i \quad \Rightarrow \quad (30 - 10) = 2{,}5 \times i \quad \Rightarrow \quad i = \frac{20}{2{,}5} \quad \Rightarrow \quad i = 8\,A$$

TEMA 2 - MÉTODO DE ANÁLISE POR TENSÃO DOS NÓS

Uma vez que já conhecemos as leis fundamentais da teoria de circuitos elétricos (Lei de Ohm e Leis de Kirchoff), estamos preparados para aplicar estas leis no desenvolvimento de técnicas de análise de circuitos. Uma das formas de aplicação destas leis é pelo método de análise por tensão dos nós, ou análise nodal.

A análise nodal é um procedimento geral para a análise de circuitos que utiliza a tensão dos nós como variáveis. A escolha da tensão dos nós do circuito ao invés das tensões nos elementos reduz o número de equações e simplifica a resolução.

Se escolhermos um nó qualquer do circuito como referência (ou seja, como um ponto de potencial zero, ou terra), os nós restantes do circuito terão um potencial fixo em relação ao nó de referência escolhido. Considerando um circuito com N nós, existirão (N-1) nós com potenciais fixos em relação ao nó de referência escolhido. As equações relacionando estas tensões nodais podem ser escritas aplicando a lei de Kirchoff para correntes (LCK) a cada um dos (N-1) nós.

O método da análise nodal segue os seguintes passos:

1. Determine o número de nós do circuito.
2. Escolha um nó de referência e rotule os nós restantes com valores subscritos de tensão (ex: V_1, V_2 e assim por diante).
3. Aplique a lei de Kirchoff para correntes (LCK) a todos os nós, exceto o de referência.

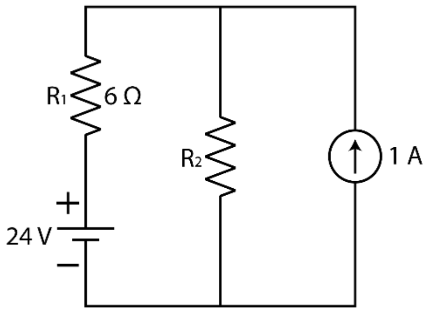
4. Utilize a lei de Ohm para expressar a corrente do ramo em termos da tensão do nó**.**
5. Resolva as equações resultantes para obter as tensões dos nós.

Observação

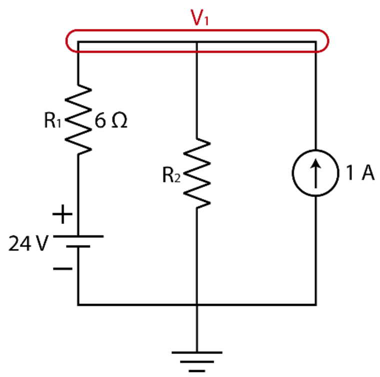
Quando aplicamos a lei de Ohm para expressar a corrente do ramo em termos da tensão do nó, a ideia chave que temos de ter em mente é que como o resistor é um elemento passivo, pela convenção passiva, a corrente flui do terminal de maior potencial para o terminal de menor potencial. Em outras palavras, a corrente flui do potencial mais alto para o potencial mais baixo.

$$\boldsymbol{i = \frac{v_{alto} - v_{baixo}}{R}}$$

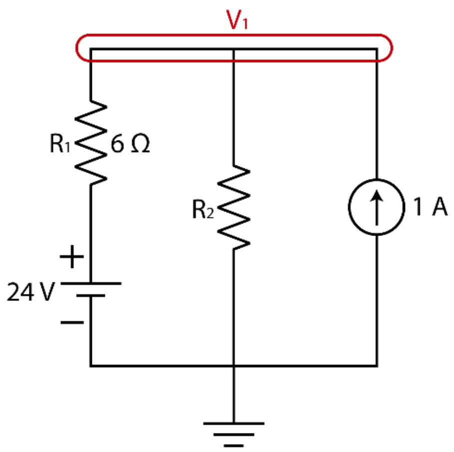
Como exemplo, vamos aplicar o método da análise nodal ao circuito a seguir:



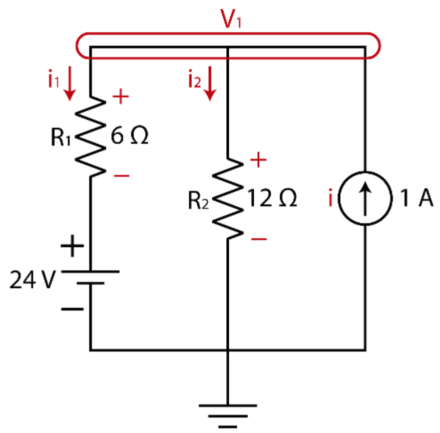
Podemos notar que o circuito apresenta dois nós, sendo um na parte inferior denominado "Nó 0" e outro na parte superior denominado "Nó 1", conforme podemos visualizar na figura a seguir:



Agora devemos selecionar um destes nós para ser o de referência, ou seja, com tensão zero. Selecionaremos o “Nó 0”, e ele será dito como “terra”. Além disso, diremos agora que a tensão do “Nó 1” será $\boldsymbol{V_1}$, conforme a figura a seguir.



Em seguida, adicionaremos as correntes no circuito, as quais foram definidas como $\boldsymbol{i_1}$ e $\boldsymbol{i_2}$, as quais farão com que as tensões com as polaridades em vermelho surjam nos terminais dos resistores, conforme a figura a seguir.



Agora, aplicaremos a LCK ao nó cuja tensão é V_1.

$$i = i_1 + i_2$$

Além disso, pelo circuito, temos que:

$$i = 1\ A$$

A corrente i_2 é relacionada à tensão nodal V_1 pela lei de Ohm:

$$i_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

Da mesma forma, a corrente i_1 é relacionada à tensão nodal V_1 pela lei de Ohm:

$$i_1 = \frac{V_{R_1}}{R_1}$$

Mas:

$$V_{R_1} = V_1 - 24$$

Seguindo temos:

$$i_1 = \frac{V_1 - 24}{R_1}$$

Se substituirmos as equações de i_1 e i_2 na equação obtida pela LCK, teremos:

$$i = \frac{V_1 - 24}{R_1} + \frac{V_1}{R_2}$$

Se substituirmos os valores de i, R_1 e R_2 nesta equação, teremos que:

$$V_1 = 20\ V$$

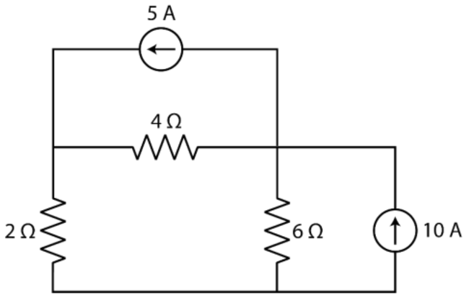
Agora, as correntes i_1 e i_2 podem ser calculadas:

$$i_1 = -0,667\ A$$

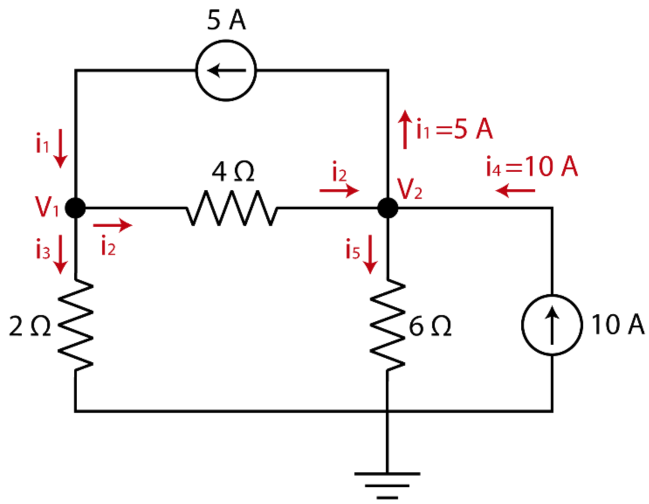
$$i_2 = 1,667\ A$$

O valor negativo de i_1 nos indica que o sentido real desta corrente no circuito é o inverso adotado para a resolução deste problema.

Agora, no próximo exemplo, vamos aplicar o método da análise nodal ao circuito:



Podemos observar que este circuito possui três nós e o escolhido para ser nó de referência foi o inferior. Os demais nós possuem tensões denominadas $\boldsymbol{V_1}$ e $\boldsymbol{V_2}$ e as correntes dos nós encontram-se ilustradas na figura da próxima tela...



Para o nó 1, cuja tensão é $\boldsymbol{V_1}$, aplicamos a LCK e chegamos à seguinte equação:

$$\boldsymbol{i_1 = i_2 + i_3}$$

Mas:

$$\boldsymbol{i_1 = 5\ A}$$

$$\boldsymbol{i_2 = \frac{V_1 - V_2}{4}}$$

$$\boldsymbol{i_3 = \frac{V_1}{2}}$$

Se substituirmos estas correntes na equação da LCK do nó 1, teremos:

$$\boldsymbol{i_2 = \frac{V_1 - V_2}{4} + \frac{V_1}{2}}$$

Esta equação resultará em:

$$3V_1 - V_2 = 20$$

E aplicarmos a LCK ao nó 2, teremos:

$$i_2 + i_4 = i_1 + i_5$$

Mas:

$$i_1 = 5\ A$$

$$i_2 = \frac{V_1 - V_2}{4}$$

$$i_4 = 10\ A$$

$$i_5 = \frac{V_2}{6}$$

Se substituirmos estas equações na LCK do nó 2, teremos:

$$\frac{V_1 - V_2}{4} + 10 = 5 + \frac{V_2}{6}$$

Esta equação resultará em:

$$6V_1 - 10V_2 = -120$$

Resolvendo o sistema de duas equações, teremos:

$$V_1 = 13,33\ V$$

$$V_2 = 20\ V$$

Agora, com os valores, podemos calcular as correntes i_2, i_3 e i_5:

$$i_2 = -1,67\ A$$

$$i_3 = 6,67\ A$$

$$i_5 = 3,33\ A$$

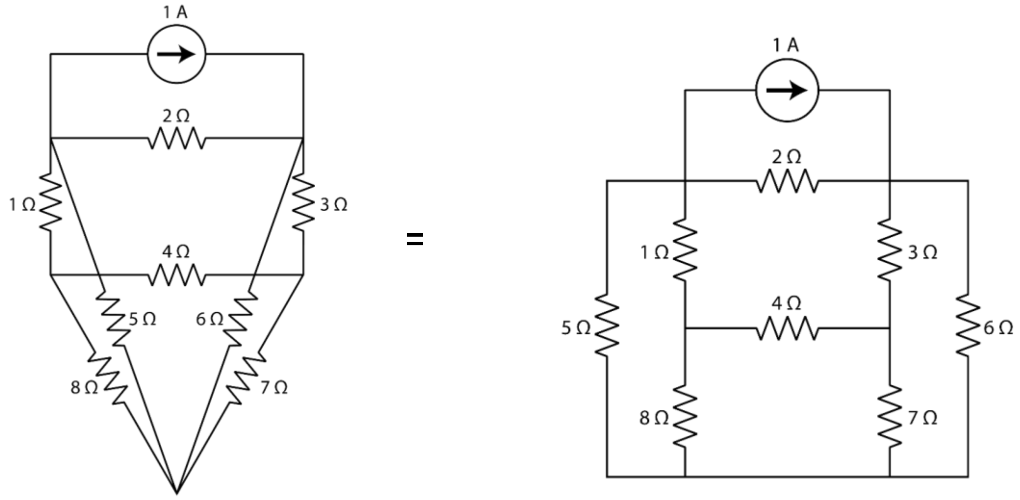
Importante: Existe uma forma de análise nodal de circuitos que contém fontes de tensão entre dois nós, em que um método denominado “supernó” pode ser utilizado. Este método encontra-se detalhado na página 206 do livro Introdução à Análise de Circuitos do Robert L. Boylestad – 10ª Edição, disponível na biblioteca virtual.

TEMA 3 - MÉTODO DE ANÁLISE POR CORRENTES DE MALHA

Outra forma de realizar a análise de circuitos elétricos é pelas correntes de malha, ou análise de malha. Este método é o mais utilizado atualmente.

Enquanto a análise nodal aplica a Lei das Correntes de Kirchoff (LCK), a análise por correntes de malha utiliza a Lei das Tensões de Kirchoff (LTK) para encontrar as correntes desconhecidas do circuito.

A análise por correntes de malha só pode ser aplicada em circuitos planos, nos quais não existem cruzamento entre ramos, como no circuito abaixo, à esquerda, o qual pode ser redesenhado para um circuito equivalente, à direita, no qual se pode aplicar a análise por correntes de malha visto que não há cruzamento entre ramos, como o indicado no circuito à esquerda.

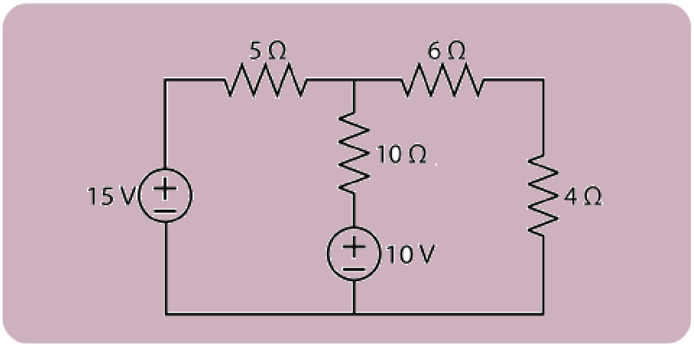


O método das correntes de malha segue os seguintes passos:

- Designar todas as N correntes das N malhas do circuito
- Aplicar a Lei das Tensões de Kirchoff (LTK) a todas as malhas
- Resolver as N equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha

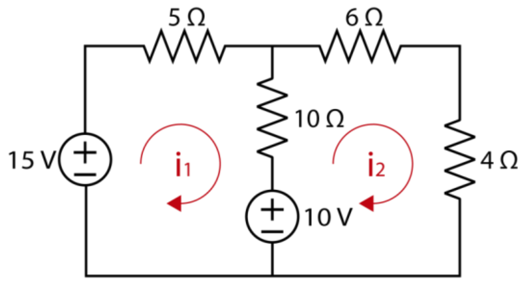
Observação: pelo fato de que os resistores são elementos passivos, a polaridade da tensão que surge em seus terminais depende do sentido da corrente que nele circula, sendo o polo positivo no ponto que a corrente entra, segundo a convenção passiva. Quando o circuito possui elementos que pertencem a mais de uma malha, a tensão que surge nos terminais do resistor pode ser abstraída de duas formas: uma delas nós devemos escolher a polaridade da tensão e mantê-la para a análise de todas as malhas e a segunda forma é que a polaridade da tensão que surge nos terminais do resistor possui uma polaridade diferente em cada malha, caso os sentidos das correntes que circulam nestas malhas sejam opostos.

Para o próximo exemplo, vamos aplicar o método das correntes de malha ao circuito abaixo.



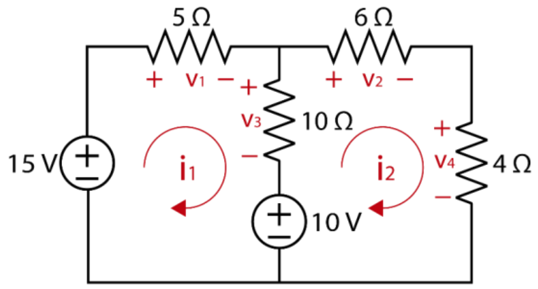
Neste circuito, conseguimos notar que existem dois caminhos fechados, e neles inserimos duas correntes de malha. O sentido destas correntes fica a nosso cargo, mas geralmente, a convenção é que o sentido adotado é no horário.

Na figura a seguir encontram-se ilustradas as duas correntes de malha do circuito:



Uma vez identificadas as correntes de cada malha, devemos observar as tensões que surgem em cada malha em virtude da circulação destas correntes por cada elemento resistivo.

Na figura a seguir, temos um exemplo, em que as tensões nos resistores de 5, 6, 10 e 4 Ω foram denominadas como V_1, V_2, V_3 e V_4, respectivamente.



Agora, com as tensões de cada elemento das malhas identificadas, podemos iniciar a Lei das Tensões de Kirchoff, na qual a soma de todas as tensões em uma malha é nula, e o sinal destas tensões dependerá da convenção passiva, na qual a tensão é positiva quando a corrente elétrica entra no terminal positivo.

$$\sum \boldsymbol{V_n} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{-15 + V_1 + V_3 + 10 = 0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_1 + V_3 = 5}$$

Entretanto, pela Lei de Ohm, temos que:

$$\boldsymbol{V_1 = 5\, i_1}$$

Observe que a polaridade da tensão V_3 é positiva (+) no ponto que a corrente $i_1$entra e negativa (–) no ponto que i_2 entra. Desta forma, a tensão V_3 é a seguinte:

$$V_3 = 10(i_1 - i_2)$$

Substituindo as equações de V_1 e V_3 na equação da LTK, teremos a equação da malha 1:

$$5\,i_1 + 10\,(i_1 - i_2) = 5 \quad \Rightarrow \quad 15\,i_1 - 10\,i_2 = 5$$

Agora podemos aplicar a LTK na malha 2:

$$\sum V_n = 0$$

$$V_2 + V_4 - 10 - V_3 \ = 0 \quad \Rightarrow \quad V_2 - V_3 + V_4 = 10$$

Pela Lei de Ohm, temos que:

$$V_2 = 6\,i_2$$

$$V_4 = 4\,i_2$$

O valor de V_3 já foi calculado na malha 1:

$$V_3 = 10(i_1 - i_2)$$

Agora, se substituirmos estas equações de V_2, V_3 e V_4 na equação da LTK da malha 2, teremos:

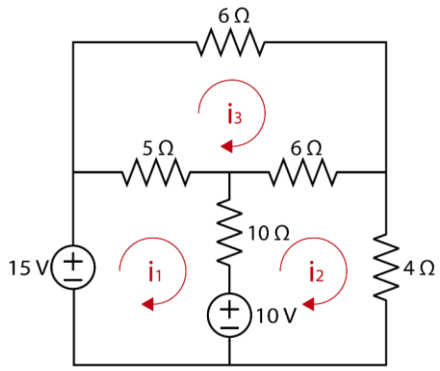
$$6\,i_2 - 10(i_1 - i_2) + 4\,i_2 = 10$$

$$-10\,i_1 + 20\,i_2 = 10$$

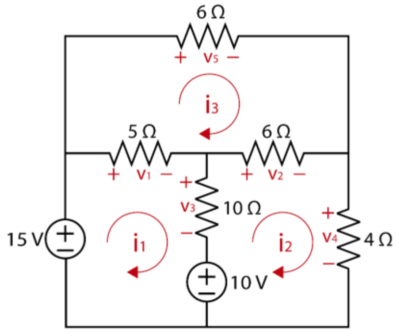
Por fim, chegamos a um sistema de duas equações e duas variáveis:

$$\begin{cases} 15\,i_1 - 10\,i_3 = 5 \\ -10\,i_1 + 20\,i_2 = 10 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} i_1 = 1\,A \\ i_2 = 1\,A \end{matrix}$$

Agora é hora de aplicarmos o método da análise nodal ao circuito abaixo, no qual já se encontram identificadas as correntes de cada malha.



Como as correntes de malha já estão identificadas, devemos observar as tensões que surgem em cada malha em virtude da circulação destas correntes por cada elemento resistivo, conforme ilustrado na figura a seguir, em que as tensões nos resistores de 5, 6, 10, 4 e 6 Ω foram denominadas como V_1, V_2, V_3, V_4 e V_5, respectivamente.



Pela Lei de Ohm, temos como calcular cada tensão em cada resistor:

$$\boldsymbol{V_1 = 5(i_1 - i_3)}$$

$$\boldsymbol{V_2 = 6(i_2 - i_3)}$$

$$\boldsymbol{V_3 = 10(i_1 - i_2)}$$

$$\boldsymbol{V_4 = 4\, i_2}$$

$$\boldsymbol{V_5 = 6\, i_3}$$

Calculadas as tensões em cada resistor, podemos aplicar a LTK na malha 1:

$$\boldsymbol{\sum V_n = 0}$$

$$\boldsymbol{-15 + V_1 + V_3 + 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_1 + V_3 = 5}$$

Substituindo os valores calculados de $\boldsymbol{V_1}$ e $\boldsymbol{V_3}$ na LTK da malha 1, teremos:

$$\mathbf{5}(\boldsymbol{i_1} - i_3) + \mathbf{10}(\boldsymbol{i_1} - \boldsymbol{i_2}) = \mathbf{5} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{15}\ \boldsymbol{i_1} - \mathbf{10}\ \boldsymbol{i_2} - \mathbf{5}\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{5}$$

Agora, aplicamos a LTK na malha 2:

$$\sum \boldsymbol{V_n} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{V_2} + \boldsymbol{V_4} - \mathbf{10} - \boldsymbol{V_3} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_2} - \boldsymbol{V_3} + \boldsymbol{V_4} = \mathbf{10}$$

Substituindo os valores calculados de $\boldsymbol{V_1}$ e $\boldsymbol{V_3}$ na LTK da malha 1, teremos:

$$\mathbf{6}(\boldsymbol{i_2} - \boldsymbol{i_3}) - \mathbf{10}(\boldsymbol{i_1} - \boldsymbol{i_2}) + \mathbf{4}\ \boldsymbol{i_2} = \mathbf{10} \quad \Rightarrow \quad -\mathbf{10}\ \boldsymbol{i_1} + \mathbf{20}\ \boldsymbol{i_2} - \mathbf{6}\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{10}$$

Aplicamos agora a LTK na malha 3:

$$\sum \boldsymbol{V_n} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{V_5} - \boldsymbol{V_2} - \boldsymbol{V_1} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad -\boldsymbol{V_1} - \boldsymbol{V_2} + \boldsymbol{V_5} = \mathbf{0}$$

Substituindo os valores calculados de $\boldsymbol{V_1}$ e $\boldsymbol{V_3}$ na LTK da malha 1, teremos:

$$-\mathbf{5}(\boldsymbol{i_1} - \boldsymbol{i_3}) - \mathbf{6}(\boldsymbol{i_2} - \boldsymbol{i_3}) + \mathbf{6}\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad -\mathbf{5}\ \boldsymbol{i_1} - \mathbf{6}\ \boldsymbol{i_2} + \mathbf{17}\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{0}$$

Por fim, chegamos a um sistema de três equações e três variáveis:

$$\begin{cases} \mathbf{15}\ \boldsymbol{i_1} - \mathbf{10}\ \boldsymbol{i_2} - \mathbf{5}\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{5} \\ -\mathbf{10}\ \boldsymbol{i_1} + \mathbf{20}\ \boldsymbol{i_2} - \mathbf{6}\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{10} \\ -\mathbf{5}\ \boldsymbol{i_1} - \mathbf{6}\ \boldsymbol{i_2} + \mathbf{17}\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{0} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \boldsymbol{i_1} = \mathbf{2}\ \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{i_2} = \mathbf{1{,}875}\ \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{i_3} = \mathbf{1{,}25}\ \boldsymbol{A} \end{matrix}$$

TEMA 4 – SUPERPOSIÇÃO

Se um circuito tiver mais de uma fonte independente, uma maneira de se determinar o valor de uma variável específica (tensão ou corrente) é utilizando os métodos da análise nodal ou das correntes de malha, conforme já foi estudado.

Outra maneira de resolver este problema é determinar as contribuições de cada fonte independente à variável e então somar todas as contribuições individualmente. Esta técnica é denominada de superposição.

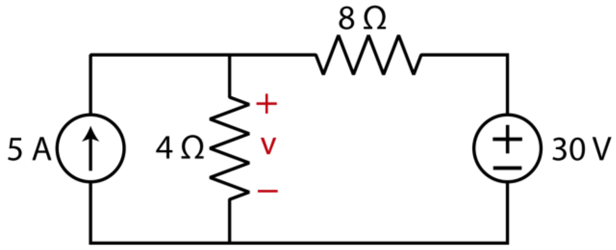
O princípio da superposição estabelece que a tensão em um elemento (ou a corrente através dele) em circuitos lineares é a soma algébrica da tensão (ou da corrente) do elemento devido a cada fonte independente, atuando sozinha.

O princípio da superposição nos auxilia na análise de um circuito com mais de uma fonte independente, calculando a contribuição de cada fonte independente individualmente.

Para aplicar este princípio, devem ser levadas em consideração:

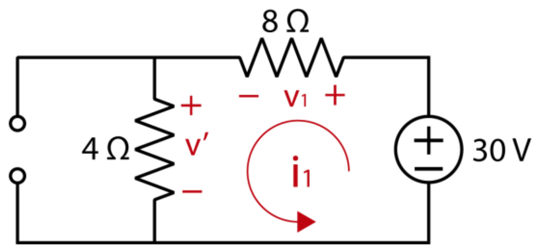
- Uma fonte independente é analisada por vez, ou seja, as demais são desligadas. Isto significa que cada fonte de tensão deve ser substituída por 0 V (curto circuito) e cada fonte de corrente deve ser substituída por 0 A (circuito aberto). Desta forma, obtemos um circuito mais simples e de fácil manipulação
- Fontes dependentes são deixadas intactas, pois elas são controladas por variáveis do circuito

Exemplo: Utilizando o princípio da superposição, calcule o valor da tensão $\boldsymbol{v}$ no circuito a seguir.



Neste circuito, percebemos que existem duas fontes independentes, sendo uma de corrente cujo valor é de 5 A e uma de tensão cujo valor é de 30 V. Para solucionarmos este circuito pelo princípio da superposição, primeiramente devemos selecionar uma das fontes para desligar, analisar o circuito e aplicar um dos métodos vistos (análise nodal ou correntes de malha) para encontrar o valor da tensão $\boldsymbol{v}$.

Primeiramente iremos "desligar" a fonte de corrente, ou seja, o valor da sua corrente será de 0 A, a qual pode ser considerada um circuito aberto, conforme a figura a seguir. Note que a tensão que se deseja calcular (v) foi substituída por v'.



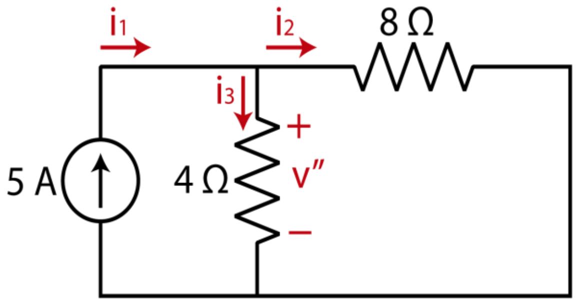
Analisando este circuito, temos uma malha na qual aplicaremos a LTK:

$$\boldsymbol{-30 + v_1 + v' = 0 \quad \Rightarrow \quad 8\, i_1 + 4\, i_1 = 30 \quad \Rightarrow \quad i_1 = 2,5\ A}$$

Calculado o valor da corrente $\boldsymbol{i_1}$, podemos calcular o valor de $\boldsymbol{v}$.

$$\boldsymbol{v' = 4\, i_1 \quad \Rightarrow \quad v' = 10\ V}$$

Agora que calculamos o valor da tensão $\boldsymbol{v'}$ com a fonte de corrente desligada, precisamos calcular o valor desta tensão $\boldsymbol{v''}$ com a fonte de tensão desligada, a qual terá uma tensão de 0 V, ou seja, um curto circuito, conforme a figura abaixo.



Analisando este circuito, temos um nó em que aplicaremos a LCK:

$$\boldsymbol{i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 5 - \frac{v''}{8} - \frac{v''}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad v'' = 13,33\ V}$$

Logo, pelo método da superposição, a tensão $\boldsymbol{v}$ no circuito será a soma das contribuições de cada fonte, individualmente:

$$\boldsymbol{v = v' + v'' = 10 + 13,33 \quad \Rightarrow \quad v = 23,33\ V}$$

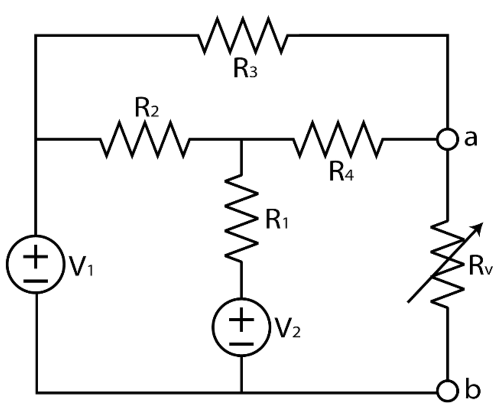
TEMA 5 - TEOREMA DE THÉVENIN

Em circuitos elétricos, trabalhamos com o conceito de carga, que nada mais é do que algum elemento que conectamos a um circuito.

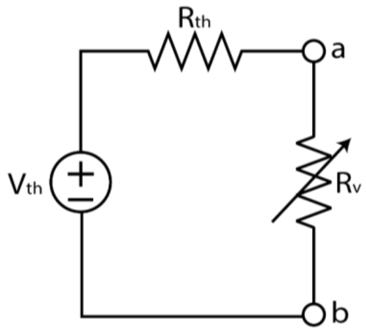
Um exemplo típico é de uma tomada residencial, na qual podem ser conectados diferentes aparelhos, o que constitui uma carga variável.

A cada momento em que este elemento variável é mudado, todo o circuito deve ser analisado novamente. Para evitar este problema de análises sucessivas, o teorema de Thévenin fornece uma técnica pela qual a parte fixa do circuito é substituída por um circuito equivalente.

Considere um circuito elétrico a seguir conectado a um resistor com resistência variável R_V entre os terminais *a* e *b*, conforme ilustrado na figura a seguir.



Para cada valor de resistência do resistor variável, é necessário realizar a análise do circuito novamente, mas para simplificar, podemos aplicar o teorema de Thévenin entre os terminais *a* e *b*, no qual o circuito será representado por uma fonte de tensão em série com um resistor, conforme ilustrado na figura abaixo.

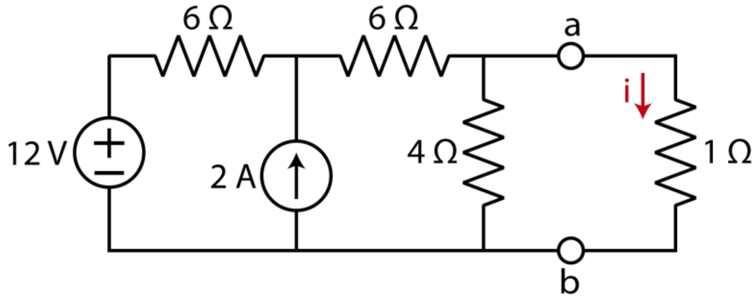


Desta forma, para cada valor de resistência do resistor R_V, a análise do circuito pode ser realizada de forma direta, visto que o circuito foi simplificado para uma fonte conectada a dois resistores em série.

O procedimento para a obtenção do circuito de Thévenin é o seguinte:

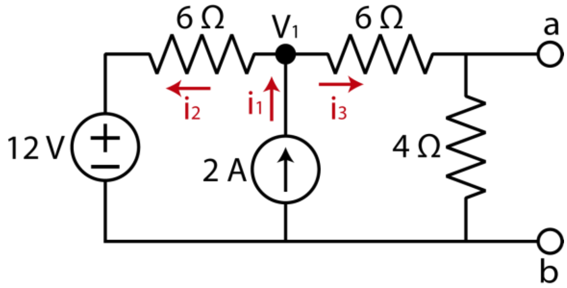
- Removemos a parte que se deseja realizar o circuito de Thévenin (neste caso, o resistor de resistência variável entre os terminais *a* e *b*)
- Calculamos o valor da resistência entre os pontos *a* e *b* (R_{th}) desligando todas as fontes independentes do circuito (as fontes de tensão viram um curto circuito e as fontes de corrente viram um circuito aberto)
- Calculamos o valor de V_{th} retornando a ligar todas as fontes e determinamos a tensão entre os terminais *a* e *b* do circuito, no qual removemos o dispositivo desejado
- Desenhamos o circuito equivalente de Thévenin e recolocamos entre os terminais *a* e *b* do circuito o elemento que foi retirado

Exemplo: Determinar o circuito equivalente de Thévenin para o elemento ligado entre os terminais *a* e *b* do circuito abaixo para calcular a corrente $\boldsymbol{i}$.



Primeiramente removemos temporariamente o elemento conectado entre os terminais A e B do circuito, resultando no circuito abaixo, em que a tensão V_{ab} será a tensão da fonte do circuito de Thévenin V_{th}.

Para calcularmos o valor de V_{th}, podemos utilizar a lei das correntes de Kirchoff aplicado ao nó indicado na figura a seguir:



$$\boldsymbol{i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 = i_2 + i_3}$$

Mas:

$$\boldsymbol{i_2 = \frac{V_1 - 12}{6}}$$

$$\boldsymbol{i_3 = \frac{V_1}{6+4} = \frac{V_1}{10}}$$

Substituindo $\boldsymbol{i_2}$ e $\boldsymbol{i_3}$ na equação da LCK, teremos:

$$\boldsymbol{2 = \frac{V_1 - 12}{6} + \frac{V_1}{10} \quad \Rightarrow \quad V_1 = 15\ V}$$

Uma vez calculado o valor de $\boldsymbol{V_1}$, temos como calcular $\boldsymbol{i_2}$ e $\boldsymbol{i_3}$.

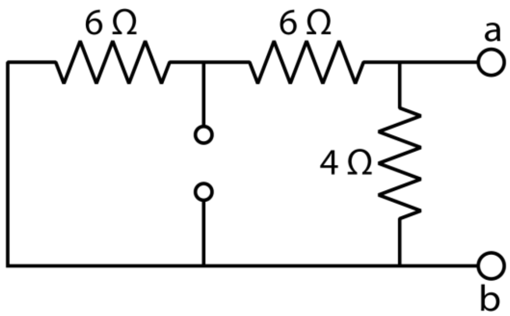
$$\boldsymbol{i_2 = \frac{V_1 - 12}{6} = 0,5\ A} \quad >$$

$$\boldsymbol{i_3 = \frac{V_1}{10} = 1,5\ A}$$

Calculado o valor de $\boldsymbol{i_3}$, temos como calcular $\boldsymbol{V_{th}}$:

$$\boldsymbol{V_{th} = 4\, i_3} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{V_{th} = 6\, V}$$

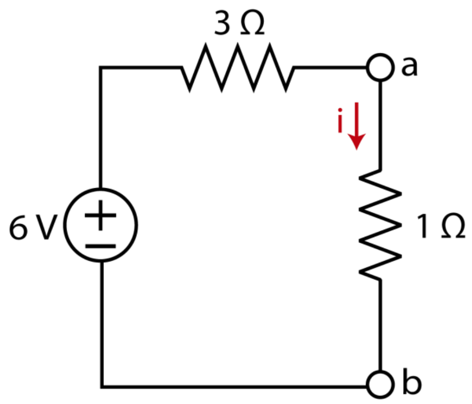
Para calcularmos o valor de $\boldsymbol{R_{th}}$, temos que desligar as fontes de tensão e corrente, as quais serão substituídas por um curto circuito e um circuito aberto, respectivamente, conforme o circuito da figura a seguir.



Com este circuito, percebe-se que os dois resistores de 6 Ω estão em série e podem ser substituídos por um resistor equivalente de 12 Ω, o qual estará em paralelo com o resistor de 4 Ω. Desta forma, o cálculo de $\boldsymbol{R_{th}}$ será o seguinte:

$$\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R_{th}}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{6}+\mathbf{6})} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{12}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{R_{th}} = \mathbf{3}\ \Omega$$

Desta forma, o circuito equivalente de Thévenin será o seguinte:

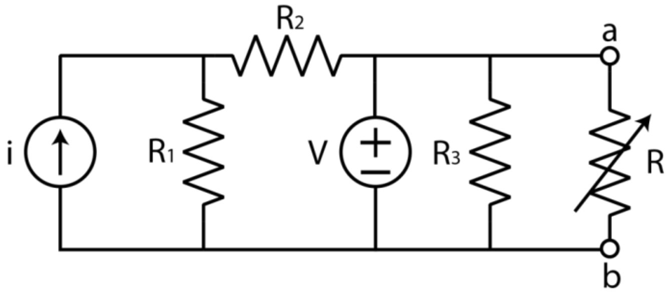


Por fim, a corrente $\boldsymbol{i}$ é calculada da seguinte forma:

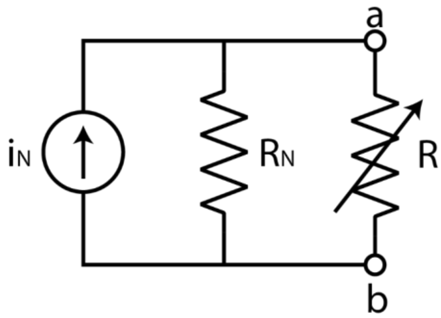
$$\boldsymbol{i} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{3}+\mathbf{1}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{i} = \mathbf{1{,}5}\ \boldsymbol{A}$$

TEMA 6 - TEOREMA DE NORTON

Semelhante ao teorema de Thévenin, o teorema de Norton estabelece que um circuito linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente constituído por uma fonte de corrente $\boldsymbol{i_N}$ em paralelo com um resistor $\boldsymbol{R_N}$, em que $\boldsymbol{i_N}$ é a corrente de curto circuito entre os terminais *a* e *b* e $\boldsymbol{R_N}$ é a resistência de entrada ou equivalente aos terminais quando as fontes independentes são desligadas.



A representação deste circuito pode ser simplificada pelo teorema de Norton para o seguinte circuito:



O procedimento para a obtenção do circuito de Norton é o seguinte:

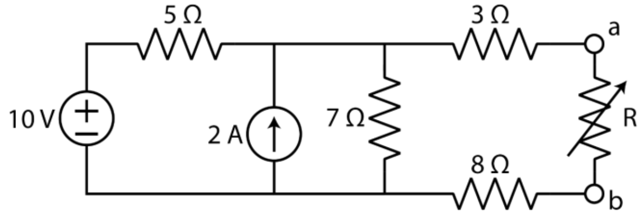
1. Removemos a parte que se deseja realizar o circuito de Norton (entre os terminais *a* e *b*);
2. Calculamos o valor de $\boldsymbol{R_N}$ desligando todas as fontes independentes do circuito (as fontes de tensão viram um curto circuito e as fontes de corrente viram um circuito aberto);
3. Calculamos o valor de i_N retornando a ligar todas as fontes e determinamos a corrente de curto circuito entre os

terminais *a* e *b* do circuito, no qual removemos o dispositivo desejado;

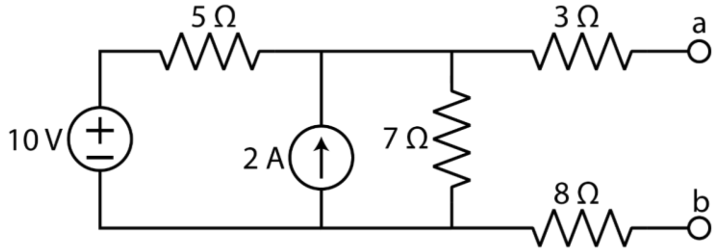
4. Desenhamos o circuito equivalente de Norton e recolocamos entre os terminais *a* e *b* do circuito o elemento que foi retirado.

Exemplo

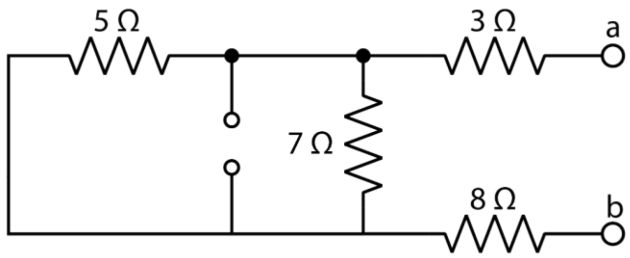
Vamos determinar o circuito equivalente de Norton para o elemento ligado entre os terminais *a* e *b* do circuito a seguir.



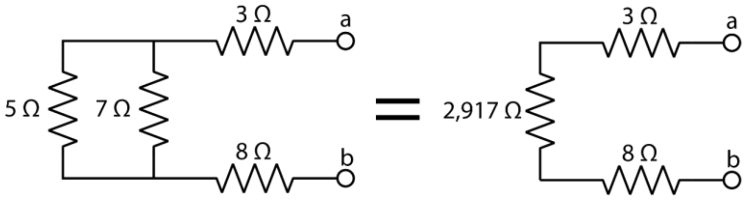
Primeiramente removemos temporariamente o elemento conectado entre os terminais A e B do circuito, resultando no circuito abaixo.



Para calcularmos o valor de $\boldsymbol{R_N}$, devemos desligar as fontes independentes do circuito, substituindo a fonte de tensão por um curto circuito e a fonte de corrente por um circuito aberto, conforme a figura a seguir.



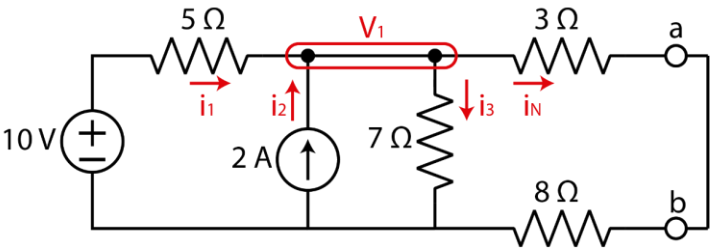
Nota-se que os resistores de 5 e 7 Ω estão em paralelo e podem ser substituídos por um resistor equivalente, o qual estará em série com os resistores de 3 e o de 8 Ω, conforme a figura abaixo.



Desta forma, $\boldsymbol{R_N}$ é calculado da seguinte forma:

$$\boldsymbol{R_N = 3 + 2,917 + 8} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{R_N = 13,917}\ \Omega$$

Para calcularmos o valor de $\boldsymbol{i_N}$, devemos religar as fontes independentes e curto circuitar os terminais *a* e *b* para calcularmos a corrente que circula neles, conforme a figura abaixo, em que já se encontram ilustradas as correntes do nó para aplicarmos a LCK.



plicando a LCK no nó, teremos:

$$\boldsymbol{i_1 + i_2 - i_3 - i_N = 0} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{i_1 + i_2 = i_3 + i_N}$$

Mas:

$$\boldsymbol{i_1 = \frac{10 - V_1}{5}}$$

$$\boldsymbol{i_2 = 2}$$

$$\boldsymbol{i_3 = \frac{V_1}{7}}$$

$$\boldsymbol{i_N = \frac{V_1}{3+8} = \frac{V_1}{11}}$$

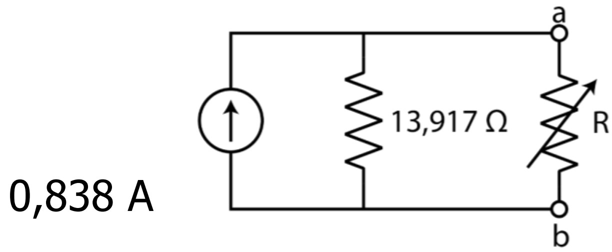
Substituindo $\boldsymbol{i_1}$, $\boldsymbol{i_2}$, $\boldsymbol{i_3}$ e $\boldsymbol{i_N}$ na equação da LCK, teremos:

$$\boldsymbol{\frac{10 - V_1}{5} + 2 = \frac{V_1}{7} + \frac{V_1}{11} \quad \Rightarrow \quad V_1 = 9{,}22\ V}$$

Uma vez calculado o valor de V_1, temos como calcular i_N:

$$i_N = \frac{V_1}{11} \quad \Rightarrow \quad i_N = 0{,}838\ A$$

Desta forma, o circuito equivalente de Norton será o seguinte:



TROCANDO IDEIAS

Como vão os seus estudos?

Nesta aula, foram abordados métodos de análise de circuitos elétricos assim como formas de simplificar circuitos para realização da sua análise. No curso de Circuitos Elétricos e em diversas outras disciplinas de Engenharia Elétrica, os conceitos aqui apresentados serão necessários para a continuidade do curso.

É muito importante que você não fique com dúvidas a respeito deste assunto.

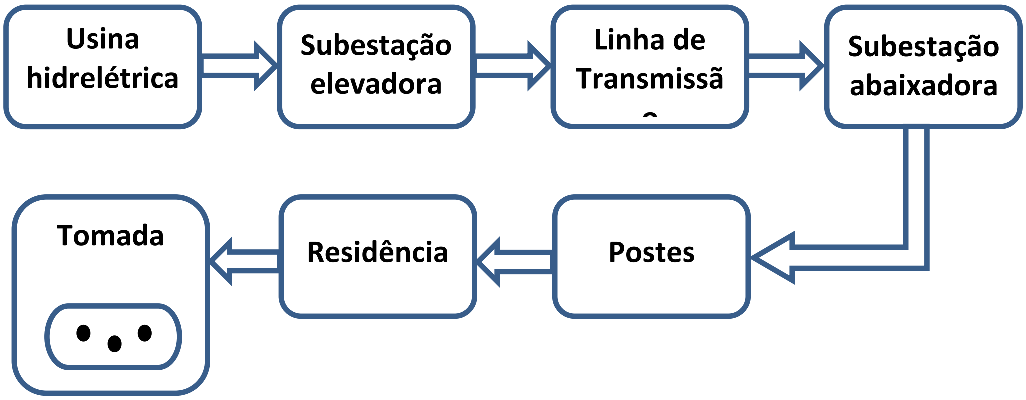
Continue estudando e aumentando o seu conhecimento não só com esta aula, mas praticando exercícios do livro texto.

NA PRÁTICA

Imaginemos que nós queiramos calcular a corrente elétrica que circula em um equipamento doméstico, como um ferro de passar, por exemplo.

Nós sabemos que o sistema elétrico é bastante complexo, desde as turbinas hidrelétricas que geram eletricidade nas represas, em seguida passando pela subestação elevadora para elevar a tensão para ser transmitida em longas distâncias pelas linhas de transmissão, passando por subestações abaixadoras de energia, distribuídas pelos postes presentes nas cidades até a nossa residência, em que temos uma tomada.

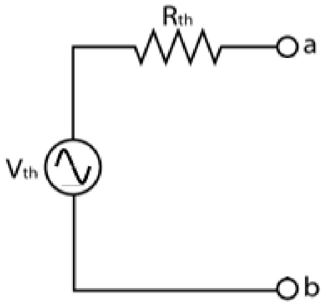
Na figura temos ilustrado um diagrama básico do caminho da corrente elétrica desde a geradora até a nossa residência.



Se nós formos analisar o circuito elétrico desde a usina hidrelétrica até o nosso ferro de passar ligado na nossa tomada, veremos que se trata de um circuito bastante complexo, e se quisermos calcular a corrente que circulará no ferro quando ele for ligado, teríamos que trabalhar com diversas malhas e nós do circuito.

Por outro lado, este circuito por completo pode ser simplificado por um circuito equivalente de Thévenin, por exemplo, conforme ilustrado na figura a seguir, em que a fonte de tensão possui o valor da tensão das tomadas da nossa casa (127 V ou 220 V dependendo da região) e o valor da resistência R_{th} possui um valor baixo devido aos materiais utilizados nas ligações, que não são ideais.

Os pontos *a* e *b* são os dois pontos da tomada residencial e desta forma, para qualquer equipamento eletrônico que ligarmos na tomada, a análise do circuito será de forma simples, diferentemente caso fossemos considerar todos os elementos do circuito elétrico complexo desde a usina hidroelétrica até a nossa residência.



SÍNTESE

Nesta aula foram abordados os métodos da superposição, análise nodal e das correntes de malha para análise de circuitos elétricos. Além destes métodos, foram apresentadas formas de simplificação de circuitos para facilitar a análise, que são as transformações de fontes e os teoremas de Thévenin e Norton.

Com estas ferramentas, podemos realizar a análise da maioria dos circuitos elétricos! É muito importante que você pratique os conceitos adquiridos na resolução de exercícios.

REFERÊNCIAS

Robert L. Boylestad. **Introdução à Análise de Circuitos – 10ª Edição**. Editora Pearson Prentice Hall.

Charles K. Alexander e Matthew. N. O. Sadiku. **Fundamentos de Circuitos Elétricos**. Editora Bookman.